

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ МОСКОВСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ СТРОИТЕЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

Шифр	Наименование дисциплины (модуля)
Б1.Б.7.2	Функциональный анализ
Код направления подготовки / специальности	01.03.04
Направление подготовки / специальность	Прикладная математика
Наименование (я) ОПОП (направленность / профиль)	Применение математических методов к решению инженерных и экономических задач (Академический бакалавриат)
Год начала реализации ОПОП	2015
Уровень образования	бакалавриат
Форма обучения	очная
Год разработки/обновления	2017

Разработчики:

должность	ученая степень, учёное звание	ФИО
Доцент	к.ф.-м.н., доцент	Мясников А.Г.

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры прикладной математики, Протокол № 12 от 12.05.2017.

Заведующий кафедрой
(руководитель структурного подразделения)

_____/ Осипов Ю.В./
Подпись, ФИО

Рабочая программа утверждена методической комиссией, Протокол № 5 от 29.05.2017

Председатель (зам. председателя)
методической комиссии

_____/ Широкова О.Л./
Подпись, ФИО

Согласовано:

ЦОСП

дата

_____/ Беспалов А.Е./
Подпись, ФИО

1. Цель освоения дисциплины

Целью освоения дисциплины «Функциональный анализ» является формирование освоения компетенций обучающегося в области математической культуры, развитие навыков использования математических методов и математического моделирования, развитие абстрактного подхода к постановке задач прикладной математики, освоение современных математических методов решения прикладных задач по специальности, постоянно повышать свою квалификацию.

Программа составлена в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования и с учетом рекомендаций примерной основной образовательной программы высшего образования по направлению подготовки /специальности 01.03.04 Прикладная математика (уровень образования – бакалавриат).

2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Компетенция по ФГОС	Код компетенции по ФГОС	Основные показатели оценивания (показатели достижения результата)	Код показателя оценивания
способностью выявить естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, готовностью использовать для их решения соответствующий естественнонаучный аппарат	ПК-9	Знает базовые понятия и теоремы функционального анализа	31
		Умеет формализовать в терминах дисциплины задачи как геометрического, так и аналитического характера.	У1
		Имеет навыки владения основными методами функционального анализа	Н1
способностью самостоятельно изучать новые разделы фундаментальных наук	ПК-12	Знает основные модели функционального анализа, а также область их практического применения.	32
		Умеет самостоятельно использовать алгоритмические приёмы решения стандартных задач функционального анализа	У2
		Имеет навыки расширения своих математических познаний по разделу функциональный анализ	Н2

3. Указание места дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Дисциплина «Функциональный анализ» относится к базовой части Блока 1 «Дисциплины/модули» основной образовательной программы по направлению подготовки 01.03.04 Прикладная математика (уровень образования – бакалавриат) направленность/профиль «Применение математических методов к решению инженерных и экономических задач». Дисциплина является обязательной к изучению.

Изучение дисциплины «Функциональный анализ» основано на знаниях, умениях и навыках, полученных при изучении школьного курса математики.

Для освоения дисциплины «Функциональный анализ» обучающийся должен:

Знать: арифметику; элементарную алгебру; элементарную геометрию; введение в математический анализ

Уметь: оперировать с действительными числами; оперировать с алгебраическими выражениями.

Иметь навыки: дифференциального и интегрального исчисления

Дисциплина «Функциональный анализ» является предшествующей для освоения следующих дисциплин:

«Теория вероятностей, математическая статистика и теория случайных процессов»,

«Математический анализ»,

«Уравнения математической физики»

4. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических или астрономических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость дисциплины составляет 6 зачетных единиц, 216 академических часов.

(1 зачетная единица соответствует 36 академическим часам)

Структура дисциплины:

Форма обучения - очная

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу обучающихся и трудоемкость (в часах)						Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
				Лекции	Контактная работа с обучающимися			Самостоятельная работа		
					Лабораторный практикум	Практико-ориентированные занятия				
						Практические занятия	Групповые занятия - комп. практикумы	в период теор. обучения	в сессию	
1	Метрические пространства. Топологические пространства.	4	1-3	6		12		16	6	
2	Линейные нормированные пространства. Гильбертовы пространства	4	4-6	6		12		16	6	КР 1
3	Мера, измеримые функции и интеграл	4	7-9	6		12		16	8	

	Лебега.									
4	Линейные функционалы, сопряжённое пространство	4	10-12	6		12		18	8	КР 2
5	Линейные операторы	4	13-16	8		16		18	8	
	Итого:	4	16	32		64		84	36	Экзамен

5. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

5.1. Содержание лекционных занятий

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Тема и содержание занятия	Кол-во акад. часов
1	Метрические пространства. Топологические пространства.	1.1 Неравенства Гельдера и Минковского. Понятие метрического пространства. Сходимость в метрических пространствах. Открытые и замкнутые множества. Полные метрические пространства. Принцип сжимающих отображений и его применения. 1.3. Топологические пространства. Открытые и замкнутые множества в топологических пространствах. 1.4. Компактность	6
2	Линейные нормированные пространства. Гильбертовы пространства	2.1 Линейные нормированные пространства. 2.2 Банаховы пространства. 2.3. Линейные топологические пространства. 2.4. Гильбертовы пространства. 2.5 Ортогональные системы. Теорема Реллиха об ортогональном разложении. Ортогональные базисы в гильбертовом пространстве. Процесс ортогонализации Грама-Шмидта. 2.6. Полнота и замкнутость ортогональных систем. 2.7. Ряды Фурье в гильбертовом пространстве. Теорема об изоморфизме сепарабельных гильбертовых пространств. 2.8. Классические ортогональные многочлены. Ряды Фурье по классическим ортогональным многочленам.	6
3	Мера, измеримые функции и интеграл Лебега.	3.1. Множества меры нуль и измеримые функции. 3.2. Интегрирование монотонных ступенчатых функций. Суммируемые функции, основные теоремы о суммируемых функциях. 3.3. Мера множеств и теория интегрирования по Лебегу. Теорема Фубини. 3.4. Пространства суммируемых функций. Полнота пространств Лебега.	6
4	Линейные функционалы, сопряжённое	4.1. Линейные функционалы в линейных нормированных пространствах. Теорема Банаха-Хана о продолжении линейных функционалов.	6

	пространство	4.2. Слабая и сильная сходимости. 4.3. Сопряжённое пространство.	
5	Линейные операторы	5.1. Линейные операторы в линейных нормированных пространствах. Ограниченность, норма операторов. Обратные операторы. Последовательности линейных операторов. Теорема Банаха-Штейнгауза. 5.2. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. Спектр. Резольвента. 5.2. Вполне непрерывные операторы. Теоремы Фредгольма. 5.3. Вполне непрерывные самосопряженные операторы в гильбертовых пространствах. Теорема Гильберта-Шмидта. 5.4. Вырожденные интегральные уравнения. Интегральные уравнения Фредгольма. Интегральные уравнения Вольтерра. Интегральные уравнения Фредгольма с симметричными ядрами. Теорема Гильберта-Шмидта.	8
		Итого	32

5.2. Лабораторный практикум

Учебным планом лабораторный практикум не предусмотрен.

5.3. Перечень практических занятий

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Тема и содержание занятия	Кол-во акад. часов
1	Метрические пространства. Топологические пространства.	1.1. Метрические пространства. Сходимость последовательностей в метрических пространствах. 1.2. Открытые и замкнутые множества в метрических пространствах. 1.3. Полные пространства. Примеры полных и неполных метрических пространств. 1.4. Сжимающие отображения. Теорема Банаха о неподвижной точке. 1.5. Приложения к решению нелинейных скалярных уравнений, интегральных уравнений Фредгольма и Вольтерра второго рода. 1.6. Сепарабельные и несепарабельные метрические пространства.	12
2	Линейные нормированные пространства. Гильбертовы пространства	2.1. Линейные нормированные пространства. 2.2. Банаховы пространства. 2.3. Гильбертовы пространства и их свойства. 2.4. Ортогональные системы в гильбертовых пространствах. 2.5. Ряды Фурье в гильбертовых пространствах. 2.6. Контрольная работа №1.	12
3	Мера, измеримые функции и интеграл Лебега.	3.1. Множества меры нуль. 3.2. Интеграл Лебега. 3.3. Пространства Лебега.	12
4	Линейные функционалы,	4.1. Линейные функционалы в линейных нормированных пространствах. 4.2. Слабая и	12

	сопряжённое пространство	сильная сходимости. 4.3. Сопряжённое пространство. 4.4. Контрольная работа №2.	
5	Линейные операторы	5.1. Определение и геометрический смысл линейных операторов. 5.2. Ограниченность и вычисление нормы линейного оператора. 5.3. Приложение к решению интегральных уравнений Фредгольма и Вольтерра. 5.4. Приложение к решению симметричных интегральных уравнений и к задаче Штурма-Лиувилля.	16
		Итого	64

5.4. Групповые занятия – компьютерные практикумы

Учебным планом групповые занятия – компьютерные практикумы не предусмотрены.

5.5. Самостоятельная работа

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Виды самостоятельной работы	Кол-во acad. часов	
			в период теор. обучения	в сессию
1	Метрические пространства. Топологические пространства.	Изучение и проработка теоретического материала, решение типовых задач. Самостоятельное изучение темы «Приложения принципа сжимающих отображений к решению нелинейных скалярных уравнений». Подготовка к экзамену и сдача экзамена.	16	6
2	Линейные нормированные пространства. Гильбертовы пространства	Изучение и проработка теоретического материала, решение типовых задач. Самостоятельное изучение темы «Ряды Фурье по классическим ортогональным полиномам». Подготовка к контрольной работе №1. Подготовка к экзамену и сдача экзамена.	16	6
3	Мера, измеримые функции и интеграл Лебега.	Изучение и проработка теоретического материала, решение типовых задач. Самостоятельное изучение темы «Множества меры нуль». Мера множества и теория интегрирования по Лебегу. Подготовка к экзамену и сдача экзамена.	16	8
4	Линейные функционалы, сопряжённое пространство	Изучение и проработка теоретического материала, решение типовых задач. Выполнение РГР. Самостоятельное изучение темы: «Теорема Хана-Банаха». Выполнение РГР 2.	18	

		Подготовка к контрольной работе №2. Подготовка к экзамену и сдача экзамена.		8
5	Линейные операторы	Изучение и проработка теоретического материала, решение типовых задач. Самостоятельное изучение темы: «Самосопряжённые операторы». Выполнение РГР. Подготовка к КР №2. Подготовка к экзамену и сдача экзамена.	18	8
		Итого	84	36

6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

Основные принципы организации самостоятельной работы обучающихся изложены в Положении об организации самостоятельной работы обучающихся (НИУ МГСУ).

Самостоятельная работа по курсу является залогом усвоения знаний и прохождения промежуточных аттестаций, предусмотренных рабочей программой по дисциплине. Ключевые цели самостоятельных внеаудиторных занятий заключаются в закреплении, расширении знаний, формировании умений и навыков самостоятельного умственного труда, развитии самостоятельного мышления и способностей к самоорганизации.

Выполняемая в процессе изучения дисциплины «Функциональный анализ» учащимися самостоятельная работа является по дидактической цели познавательной и обобщающей; по характеру познавательной деятельности и типу решаемых задач – познавательной и исследовательской; по характеру коммуникативного взаимодействия учащихся – индивидуальной; по месту выполнения – домашней; по методам научного познания – теоретической.

В ходе организации самостоятельной работы студентов преподавателем решаются следующие задачи:

- 1) углублять и расширять их профессиональные знания;
- 2) формировать у них интерес к учебно-познавательной деятельности;
- 3) научить студентов овладевать приемами процесса познания;
- 4) развивать у них самостоятельность, активность, ответственность;
- 5) развивать познавательные способности будущих специалистов.

Самостоятельная работа включает, как изучение текущих и дополнительных теоретических вопросов, так и совершенствование навыков по решению практических задач. Теоретические знания являются базой для понимания принципов построения математических моделей, математической формализации задач расчетного проектирования.

На практических занятиях решаются задачи по темам лекционного курса. Часть задач выносятся на самостоятельное решение. Самостоятельное решение задач также необходимо при подготовке к текущей аттестации.

Студент должен обладать основными методами исследования и решения математических задач. Необходима выработка первичных навыков математического исследования инженерных задач (перевод реальной задачи на математический язык, построение математической модели, выбор нужного математического метода ее решения, интерпретация и оценка полученного результата) на примерах задач специальности (теоретическая механика, физика, сопротивление материалов, строительная механика,

гидравлика и др.), развитие с этой целью необходимой интуиции в вопросах приложения математики.

При подготовке к сдаче экзамена или зачета рекомендуется пользоваться записями, сделанными на практических и лекционных занятиях, а также в ходе текущей самостоятельной работы. Сначала необходимо повторить теоретическую часть, а затем переходить к решению задач.

Для подготовки к написанию контрольной работы надо повторить теоретический материал, изложенный на лекциях, затем приступить к решению задач. Вначале надо изучить задачи, разобранные на практических занятиях, а затем самостоятельно решить аналогичные задачи и примеры.

7. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) для проведения промежуточной аттестации, а также текущего контроля обучающихся является Приложением 1 к рабочей программе дисциплины (модуля).

Оценочные материалы для проведения промежуточной аттестации, а также текущего контроля по дисциплине (модуля) хранятся на кафедре, ответственной за преподавание данной дисциплины.

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

Для освоения дисциплины обучающийся может использовать:

- учебно-методическую литературу, имеющуюся в НТБ НИУ МГСУ,
- учебную литературу, размещённую в Электронных библиотечных системах ЭБС АСВ и IPRbooks,
- методическую литературу, размещённую в ЭБС НИУ МГСУ.

Перечень используемой литературы ежегодно обновляется с учётом уровня развития науки и техники и представлен в Приложении 2 к рабочей программе дисциплины.

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» (далее – сеть «Интернет»), необходимых для освоения дисциплины (модуля)

Наименование ресурса сети «Интернет»	Электронный адрес ресурса
«Российское образование» - федеральный портал	http://www.edu.ru/index.php
Научная электронная библиотека	http://elibrary.ru/defaultx.asp?
Электронная библиотечная система IPRbooks	http://www.iprbookshop.ru/
Федеральная университетская компьютерная сеть России	http://www.runnet.ru/
Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам"	http://window.edu.ru/
Научно-технический журнал по строительству и архитектуре «Вестник МГСУ»	http://www.vestnikmgsu.ru/
Научно-техническая библиотека НИУ МГСУ	http://www.mgsu.ru/resources/Biblioteka/
раздел «Кафедры» на официальном сайте НИУ МГСУ	http://www.mgsu.ru/universityabout/Struktura/Kafedri/

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Перечень тем по разделам дисциплины (модуля) для самостоятельного изучения обучающимися приведён в таблице.

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Темы для самостоятельного изучения (в период теоретического обучения)
1	Метрические пространства. Топологические пространства.	1. Суть принципа сжимающих отображений. 2. Перечислить основные задачи, решаемые на основании принципа сжимающих отображений. 3. Применение принципа сжимающих отображений к решению задачи Коши.
2	Линейные нормированные пространства. Гильбертовы пространства	1. Определение ряда Фурье. 2. Свойства ряда Фурье. 3. Примеры классических ортогональных полиномов. 4. Оценка сходимости ряда Фурье по классическим ортогональным полиномам.
3	Мера, измеримые функции и интеграл Лебега.	1. Определение множества меры нуль. 2. Примеры множеств меры нуль относительно меры Лебега. 3. Всякое ли множество меры нуль является борелевским? 4. Роль множеств меры нуль при интегрировании
4	Линейные функционалы, сопряжённое пространство	1. Формулировка теоремы Хана-Банаха. 2. Применение теоремы Хана-Банаха в функциональном анализе.
5	Линейные операторы	1. Определение самосопряжённого оператора. 2. Свойства самосопряжённого оператора. 3. Приложения к решению интегральных уравнений.

Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю) приведён в п.6.

Организация учебной работы обучающихся на аудиторных занятиях осуществляется в соответствии с п. 4.

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

11.1. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса

Не используется

11.2. Перечень программного обеспечения, используемого при осуществлении образовательного процесса

При освоении дисциплины используется лицензионное и открытое программное обеспечение, указанное в Приложении 3 к рабочей программе.

11.3. Перечень информационных справочных систем

Информационно-библиотечные системы

Наименование ИБС	Электронный адрес ресурса
Научная электронная библиотека	http://elibrary.ru/defaultx.asp?
Электронная библиотечная система IPRbooks	http://www.iprbookshop.ru/

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю):

Учебные занятия по дисциплине проводятся в оборудованных учебных кабинетах, оснащенных соответствующим оборудованием и программным обеспечением. Перечень материально-технического обеспечения дисциплины (модуля) приведён в Приложении 4 к рабочей программе.

Приложение 1 к рабочей программе

Шифр	Наименование дисциплины (модуля)
Б1.Б.7.2	Функциональный анализ

Код направления подготовки / специальности	01.03.04
Направление подготовки / специальность	Прикладная математика
Наименование (я) ОПОП (направленность / профиль)	Применение математических методов к решению инженерных и экономических задач (Академический бакалавриат)
Год начала реализации ОПОП	2015
Уровень образования	бакалавриат
Форма обучения	очная
Год разработки/обновления	2017

Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации и текущего контроля обучающихся по дисциплине (модулю)

1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

Формирование компетенций при изучении дисциплины (модуля) происходит поэтапно, по мере освоения обучающимися разделов дисциплины (модуля).

Код компетенции по ФГОС	Этапы формирования компетенций (разделы теоретического обучения)				
	1	2	3	4	5
ПК-9	+	+	+	+	+
ПК-12	+	+	+	+	+

2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Оценивание формирования компетенций осуществляется посредством прохождения обучающимися форм промежуточной аттестации и текущего контроля.

Оценивание формирования компетенций производится на основе показателей оценивания, указанных в п.2. рабочей программы.

2.1. Описание показателей и форм оценивания компетенций

Формами оценивания компетенций являются мероприятия промежуточной аттестации и текущего контроля по дисциплине (модулю), указанные в учебном плане и в п.4 рабочей программы.

Взаимосвязь форм и показателей оценивания компетенций приведена в таблице.

Код компетенции по ФГОС	Показатели освоения (Код показателя оценивания)	Формы оценивания			Обеспеченность оценивания компетенции
		Текущий контроль		Промежуточная аттестация	
		Контрольная работа 1	Контрольная работа 2	Экзамен	
1	2	3	4	5	6
ПК-9	З1	+	+	+	+
	У1	+	+	+	+
	Н1	+	+	+	+
ПК-12	З2	+	+	+	+
	У2	+	+	+	+
	Н2	+	+	+	+
ИТОГО			+	+	+

2.2. Описание шкалы и критериев оценивания

При проведении промежуточной аттестации в форме экзамена, дифференцированного зачёта, защиты курсовых работ/курсовых проектов используется четырёх балльная шкала оценивания:

Уровень освоения	Оценка
Минимальный	«2» (неудовлетворительно)
Пороговый	«3» (удовлетворительно)
Углубленный	«4» (хорошо)
Продвинутый	«5» (отлично)

Критериями оценивания уровня освоения компетенций являются:

Показатели оценивания	Критерии оценивания
Знания	Знание терминов и определений, понятий
	Знание основных закономерностей и соотношений, принципов
	Объём освоенного материала, усвоение всех дидактических единиц (разделов)
	Полнота ответов
	Правильность ответов
	Чёткость изложения и интерпретации знаний
Умения	Освоение методик - умение решать (типовые) практические задачи, выполнять (типовые) задания
	Умение использовать теоретические знания для выбора методики решения задач, выполнения заданий
	Умение проверять решение и анализировать результаты
	Умение качественно оформлять (презентовать) решение задач и выполнения заданий

Навыки	Навыки решения стандартных/нестандартных задач
	Быстрота выполнения трудовых действий Объём выполненных заданий
	Качество выполнения трудовых действий
	Самостоятельность планирования выполнения трудовых действий

3. *Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций*

3.1. Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация проводится в соответствии с Положением о текущем контроле и промежуточной аттестации обучающихся НИУ МГСУ.

Перечень типовых вопросов/заданий для проведения экзамена в 4 семестре (очная форма обучения):

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Вопросы / задания
1	Метрические пространства. Топологические пространства.	1. Неравенства Гельдера и Минковского (интегральные и дискретные). 2. Метрические пространства. Свойства. Сходимость в метрических пространствах. 3. Открытые и замкнутые множества в метрических пространствах и их свойства. Структура открытых и замкнутых множеств на прямой. 4. Полные метрические пространства. Свойства. Примеры полных и неполных метрических пространств. Пополнение метрических пространств. 5. Мера и интеграл Лебега. Пространства Лебега. 6. Сепарабельные метрические пространства. Примеры сепарабельных и несепарабельных метрических пространств. 7. Непрерывные отображения метрических пространств. Неподвижные точки. Понятие о методе последовательных отображений. 8. Принцип сжимающих отображений. Теорема Банаха. 9. Применение принципа сжимающих отображений к приближенному решению нелинейных скалярных уравнений. 10. Применение принципа сжимающих отображений к приближенному решению линейных интегральных уравнений Фредгольма второго рода. 11. Обобщенный принцип сжимающих отображений и применение его к решению интегральных уравнений Вольтерра.
2	Линейные нормированные пространства. Гильбертовы пространства	12. Линейные нормированные пространства и их свойства. 13. Линейные пространства со скалярным произведением. Свойства. Гильбертовы пространства. 14. Понятие ортогональности. Свойства. Теорема Реллиха об ортогональном разложении гильбертова пространства. Понятие об элементе наилучшего приближения в гильбертовом

		пространстве. 15. Ортогональные системы в сепарабельном гильбертовом пространстве. Теорема об ортогонализации.
3	Мера, измеримые функции и интеграл Лебега.	16. Ряды Фурье в абстрактном гильбертовом пространстве и их свойства. Нахождение элемента наилучшего приближения в гильбертовом пространстве. Понятие о базисе. Существование ортогонального базиса в гильбертовом пространстве. 17. Топологические пространства. Линейные топологические пространства.
4	Линейные функционалы, сопряжённое пространство	18. Непрерывные линейные операторы. Ограниченность. Норма линейного оператора и ее вычисление. 19. Непрерывные линейные функционалы. Норма ограниченного функционала и ее геометрический смысл. Теорема Банаха – Хана в гильбертовых пространствах. 20. Операции над линейными операторами. Алгебра операторов. Обратный оператор и его свойства. Теорема об обратных операторах. 21. Последовательность линейных операторов. Теорема Банаха-Штейнгауза. Сходимость последовательности средних Фейера для тригонометрических рядов Фурье. 22. Теорема Рисса об общем виде об общем виде линейного ограниченного функционала в гильбертовом пространстве.
5	Линейные операторы	23. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора. Нахождение собственных значений и собственных функций интегрального оператора Фредгольма. Спектр линейного оператора. 24. Компактность в линейных нормированных пространствах. Критерий компактности. Достаточные условия компактности множества. 25. Компактные операторы в линейных нормированных пространствах и их свойства. 26. Операторы нормального типа: ограниченность, симметричность, компактность. 27. Симметричные компактные операторы в гильбертовых пространствах. Определение. 28. Свойства собственных значений и собственных векторов симметричных компактных операторов в гильбертовом пространстве. Структура спектра. Теорема Гильберта – Шмидта. 29. Решение симметричных интегральных уравнений Фредгольма второго рода с помощью разложения по собственным функциям. 30. Дифференцируемые функционалы и их свойства. 31. Экстремумы дифференцируемых функционалов. 32. Изопериметрическая задача. Условный экстремум. 33. Достаточные условия сильного экстремума. 34. Дифференцируемые функционалы с несколькими неизвестными функциями.

3.2. Текущий контроль

Контролируется посещение лекций и практических занятий, выполнение контрольных работ. Может быть использовано компьютерное тестирование.

Перечень проводимых мероприятий текущего контроля:

КР №1. «Метрические, нормированные и гильбертовы пространства»

КР №2 «Непрерывные линейные и функционалы и операторы»

Типовые контрольные задания мероприятий текущего контроля:

Пример варианта КР №1.

1. Решить уравнение методом итерации

$$x(t) = at + b \int_0^1 tsx(s)ds$$

взяв $x_0(t) = 0$ (предварительно выяснить, при каких « b » метод итерации сходится в $C[0; 1]$ $L_2[0; 1]$).

2. Принадлежат ли элементы

$$x = \left\{ \frac{1}{2^n} \right\}, \quad y = \left\{ \frac{1}{3^n} \right\}, \quad (n = 1, 2, \dots)$$

сфере $S\left(0, \frac{1}{2}\right)$ с центром в точке $O(0, 0, \dots)$ и радиуса 0,5 в пространстве l_2 .

3. Доказать, что множество E на плоскости, заданное системой

$$\begin{cases} x + y > 4 \\ x^2 + y^2 < 81 \end{cases} \quad \text{открыто}$$

4. Ряд Фурье по ортогональной системе в гильбертовом пространстве. Нахождение элемента наилучшего приближения.

Пример варианта КР №2.

1. Доказать, что функционал

$$x = \{\xi_n\}_{n=1}^{\infty} \in l_2 \rightarrow f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\xi_n}{5^n}$$

является линейным, непрерывным, действующим из l_2 в l_2 . Найти его норму.

2. Исследовать и решить линейное неоднородное интегральное уравнение Фредгольма второго рода

$$x(t) - \mu \int_0^1 (ts - t^2s^2) x(s) ds = t^2 + t^4$$

3. Рассмотрим оператор $A: L_2\left[0; \frac{\pi}{2}\right] \rightarrow L_2\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$,

$$Ax(t) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} K(t, s)x(s)ds,$$

где

$$K(t, s) = \begin{cases} \sin t \cos s, & \text{если } 0 \leq t \leq s \leq \frac{\pi}{2} \\ \cos t \sin s, & \text{если } 0 \leq s \leq t \leq \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

4. Доказать, что A –компактный оператор. Найти его спектр и собственные функции.

4. *Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций*

Процедура промежуточной аттестации регламентируется с Положением о текущем контроле и промежуточной аттестации обучающихся в НИУ МГСУ.

4.1. *Процедура оценивания при проведении промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю) в форме экзамена/дифференцированного зачета*

Промежуточная аттестация по дисциплине «Функциональный анализ» проводится в форме экзамена в 4 семестре.

Используется четырёх балльная шкала оценивания освоения, указанная в п.2.2.

Используются критерии оценивания, указанные п.2.2.

Оценка выставляется преподавателем интегрально по всем показателям и критериям оценивания.

Код показателя оценивания	Оценка			
	«2» (неудовлетв.)	Пороговый уровень освоения	Углубленный уровень освоения	Продвинутый уровень освоения
		«3» (удовлетвор.)	«4» (хорошо)	«5» (отлично)
Знания 3-1, 3-2	не знает терминов и определений	знает термины и определения, но допускает неточности формулировок	знает термины и определения	знает термины и определения, может сформулировать их самостоятельно
	не знает основные закономерности и соотношения, принципы построения знаний	знает основные закономерности, соотношения, принципы построения знаний	знает основные закономерности, соотношения, принципы построения знаний, способен их интерпретировать и использовать	знает основные закономерности, соотношения, принципы построения знаний, способен самостоятельно получить их получить и использовать
	не знает значительной части материала дисциплины	знает только основной материал дисциплины, не усвоил его деталей	знает материал дисциплины в запланированном объеме	обладает твёрдым и полным знанием материала дисциплины, владеет дополнительными знаниями
	Ответ не дан	дана только часть ответа на вопрос	ответ не полон, некоторые моменты в ответе не отражены	дан полный, развёрнутый ответ
	допускает грубые ошибки при изложении ответа на вопрос	В ответе имеются существенные ошибки	В ответе имеются несущественные неточности	Ответ верен
	Неверно излагает и интерпретирует знания. Изложение материала логически не выстроено.	Допускает неточности в изложении и интерпретации знаний. Имеются нарушения логической	Грамотно и по существу излагает материал. Логическая последовательность изложения не нарушена.	Логически, грамотно и точно излагает материал дисциплины, интерпретируя его самостоятельно, способен самостоятельно его

	Не способен проиллюстрировать изложение поясняющими схемами, рисунками и примерами	последовательности в изложении. Поясняющие рисунки, схемы выполнены не полно отражают материал.	Поясняющие рисунки, схемы и примеры корректны и понятны.	анализировать и делать выводы. Поясняющие схемы, рисунки и примеры точны и раскрывают глубину полученных знаний.
Умения У1 У2	Не умеет выполнять поставленные практические задания, выбрать типовой алгоритм решения	Умеет выполнять практические задания, но не всех типов. Способен решать задачи только по заданному алгоритму	Умеет выполнять типовые практические задания, предусмотренные программой	Умеет выполнять практические задания повышенной сложности
	Не может увязывать теорию с практикой, не может ответить на простые вопросы по выполнению заданий, не может обосновать выбор метода решения задач	Испытывает затруднения в применении теории при решении задач, при обосновании решения	Правильно применяет полученные знания при выполнении заданий и обосновании решения. Грамотно обосновывает ход решения задач	Умеет применять теоретическую базу дисциплины при выполнении практических заданий, предлагать собственный метод решения. Грамотно обосновывает ход решения задач,
	Допускает грубые ошибки при выполнении заданий, нарушающие логику решения	Допускает ошибки при выполнении заданий, нарушения логики решения. Испытывает затруднения с выводами	Допускает некоторые ошибки при выполнении заданий, не нарушающие логику решения. Делает выводы по результатам решения	Не допускает ошибок при выполнении заданий, правильно обосновывает принятое решение. Самостоятельно анализирует задания и решение
	Не способен проиллюстрировать решение поясняющими схемами, рисунками	Поясняющие рисунки и схемы содержат ошибки, оформлены небрежно	Поясняющие рисунки и схемы корректны и понятны.	Поясняющие рисунки и схемы верны и аккуратно оформлены
Навыки Н1 Н2	Не обладает навыками выполнения поставленных задач	Испытывает трудности при выполнении отдельных поставленных задач	Не испытывает затруднений при выполнении стандартных задач. Решение нестандартных задач представляет для него сложности.	Не испытывает затруднений при выполнении стандартных задач. Использует полученные навыки при решении сложных, нестандартных задач
	Не выполняет трудовые действия или выполняет очень медленно, не достигая поставленных задач	Выполняет трудовые действия медленно, с отставанием от установленного графика.	Выполняет трудовые действия, выполняет все поставленные задания.	Выполняет трудовые действия быстро, выполняя все поставленные задания.
	Выполняет трудовые действия некачественно	Выполняет с недостаточным качеством	Выполняет трудовые действия качественно	Выполняет трудовые действия качественно даже при выполнении сложных заданий
	Не может самостоятельно планировать и выполнять собственные	Выполняет трудовые действия только с помощью наставника	Самостоятельно выполняет трудовые действия с консультацией у наставника	Выполняет трудовые действия самостоятельно, без посторонней помощи

	трудовые действия			
--	-------------------	--	--	--

4.2. Процедура оценивания при проведении промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю) в форме Зачета

Промежуточная аттестация по дисциплине (модулю) в форме зачёта не проводится.

4.3. Процедура оценивания при проведении промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю) в форме защиты курсовой работы/проекта

Промежуточная аттестация по дисциплине (модулю) в форме защиты курсовой работы/курсового проекта не проводится.

Приложение 2 к рабочей программе

Шифр	Наименование дисциплины (модуля)
Б1.Б.7.2	Функциональный анализ

Код направления подготовки / специальности	01.03.04
Направление подготовки / специальность	Прикладная математика
Наименование (я) ОПОП (направленность / профиль)	Применение математических методов к решению инженерных и экономических задач (Академический бакалавриат)
Год начала реализации ОПОП	2015
Уровень образования	бакалавриат
Форма обучения	очная
Год разработки/обновления	2017

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

№ п/п	Наименование дисциплины (модуля) в соответствии с учебным планом	Автор, название, место издания, издательство, год издания учебной и учебно-методической литературы, количество страниц	Количество экземпляров печатных изданий в библиотеке НИУ МГСУ	Число обучающихся, одновременно изучающих дисциплину (модуль)
1	2	3	4	5
<i>Основная литература:</i>				
		НТБ НИУ МГСУ		
1	Функциональный анализ	Колмогоров, А. Н. Элементы теории функций и функционального анализа [Текст] : [учеб.] / А. Н. Колмогоров, С. В. Фомин ; Моск. гос. ун-т им. М. В. Ломоносова. - Изд. 7-е. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2009. - 570 с	15	30
2	Функциональный анализ	Осиленкер, Б. П. Задачи и упражнения по функциональному анализу [Текст] : учебно-практическое пособие / Б. П. Осиленкер ; [под ред. А. Ю. Лемина] ; Моск. гос. строит. ун-т. - Москва : МГСУ, 2015. - 130 с.	25	30

<i>Дополнительная литература:</i>				
		НТБ НИУ МГСУ		
3	Функциональный анализ	Треногин, В. А. Функциональный анализ : учеб. для вузов / В. А. Треногин. - Изд. 4-е, испр. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2007. - 488 с	15	30

Согласовано:

НТБ

_____ /
дата

_____ /
Подпись, ФИО

Приложение 3 к рабочей программе

Шифр	Наименование дисциплины (модуля)
Б1.Б.7.2	Функциональный анализ

Код направления подготовки / специальности	01.03.04
Направление подготовки / специальность	Прикладная математика
Наименование (я) ОПОП (направленность / профиль)	Применение математических методов к решению инженерных и экономических задач (Академический бакалавриат)
Год начала реализации ОПОП	2015
Уровень образования	бакалавриат
Форма обучения	очная
Год разработки/обновления	2017

Перечень программного обеспечения, используемого при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю)

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Тема	Наименование программного обеспечения	Тип лицензии
1	Метрические пространства. Топологические пространства. Линейные нормированные пространства. Гильбертовы пространства	Метрические пространства. Сходимость последовательностей в метрических пространствах. Открытые и замкнутые множества в метрических пространствах. Линейные нормированные пространства.	Операционная система Microsoft Windows;	DreamSpark subscription
			Microsoft Office	Open License
2	Мера, измеримые функции и интеграл Лебега. Линейные функционалы, сопряжённое пространство	Множества меры. Линейные функционалы в линейных нормированных пространствах. Слабая и сильная сходимости. Сопряжённое пространство.	Операционная система Microsoft Windows;	DreamSpark subscription
			Microsoft Office	Open License
3	Линейные операторы Метрические пространства. Топологические пространства.	Определение и геометрический смысл линейных операторов. Ограниченность и вычисление нормы линейного оператора. интегральных уравнений Сепарабельные и несепарабельные метрические пространства.	Операционная система Microsoft Windows;	DreamSpark subscription
			Microsoft Office	Open License

4	Линейные нормированные пространства. Гильбертовы пространства. Мера, измеримые функции и интеграл Лебега.	Линейные нормированные пространства. Ортогональные системы в гильбертовых пространствах. Ряды Фурье в гильбертовых пространствах.	Операционная система Microsoft Windows;	DreamSpark subscription
			Microsoft Office	Open License
5	Линейные функционалы, сопряжённое пространство	Линейные функционалы в линейных нормированных пространствах. Слабая и сильная сходимости	Операционная система Microsoft Windows;	DreamSpark subscription
			Microsoft Office	Open License

Приложение 4 к рабочей программе

Шифр	Наименование дисциплины (модуля)
Б1.Б.7.2	Функциональный анализ

Код направления подготовки / специальности	01.03.04
Направление подготовки / специальность	Прикладная математика
Наименование (я) ОПОП (направленность / профиль)	Применение математических методов к решению инженерных и экономических задач (Академический бакалавриат)
Год начала реализации ОПОП	2015
Уровень образования	бакалавриат
Форма обучения	очная
Год разработки/обновления	2017

Перечень материально-технического обеспечения по дисциплине (модулю):

№ п/п	Вид учебного занятия	Наименование оборудования	№ и наименование оборудованных учебных кабинетов, объектов для проведения практических занятий
1	2	3	4
1	Лекции	Стационарные / мобильные (переносные) наборы демонстрационного оборудования	Аудитории / аудитория для проведения занятий лекционного типа в соответствии с перечнем аудиторного фонда
2	Практические занятия	Мобильные (переносные) наборы демонстрационного оборудования	Аудитории / аудитория для проведения занятий семинарского типа в соответствии с перечнем аудиторного фонда
2	Самостоятельная работа	32 персональных компьютера с конфигурацией: 2,6 ГГц, HDD 160 Гб, RAM 2 Гб, Video RAM 256 Мб, DVD-R/RW, монитор 19 `` , 48 персональных компьютеров с конфигурацией: 3 ГГц, HDD 160 Гб, RAM 2 Гб, Video RAM 256 Мб, DVD-R/RW, монитор 19 `` , 40 персональных компьютеров с конфигурацией: 2,9 ГГц, HDD 250 Гб, RAM 4 Гб, Video RAM 512 Мб, DVD-R/RW, монитор 19 `` . 29 персональных компьютеров с конфигурацией: 1,6 ГГц, HDD 80 Гб, RAM 1 Гб, Video RAM 128 Мб, DVD-R/RW, монитор 17 `` .	Помещение для самостоятельной работы (129337, г. Москва, Ярославское ш., д. 26, корп. 2, Учебный корпус (Библиотека), комн. 10, комн. 41) Помещение для самостоятельной работы (129337, г. Москва, Ярославское ш., д. 26, корп. 2, Учебный корпус (Библиотека), комн. 10)